

Особенности моделирования звеньев с ограничителями

Д. С. Феофилов, e-mail: fd19072002@mail.ru

ФГБОУ ВО «Тулский государственный университет»

***Аннотация.** В данной работе представлена схема и алгоритм моделирования, позволяющие адекватно исследовать динамику реальных технических объектов, содержащих ограничители разного рода.*

***Ключевые слова:** особенности моделирования, звенья с ограничителями, жесткий механический упор.*

Введение

Среди реальных технических объектов часто встречаются устройства, содержащие различного рода ограничители. В качестве примеров можно привести сервопривод с механическим ограничением выходной координаты, нейтральный электромагнит, ограничение по выходной мощности двигателя и т.д. С точки зрения теории управления объекты, содержащие ограничители, представляют собой существенно нелинейные системы специфического вида. В пространстве состояний такой системы можно выделить области, движения в которых описываются различными дифференциальными уравнениями. При этом необходимо различать типы ограничителей и обеспечивать их правильное моделирование. При переходе из одной области в другую фазовая траектория может оставаться непрерывной (ограничитель типа насыщения) или претерпевать разрыв (ограничитель типа механический упор). Таким образом, системы с ограничителями описываются дифференциальными уравнениями специфического вида, правильное решение которых определяет адекватность получаемых при моделировании результатов. Дело в том, что встречающееся в некоторых работах упрощенное представление механического ограничителя безынерционным звеном приводит к значительным погрешностям при решении задач анализа и синтеза. В данной работе будут рассмотрены некоторые особенности моделирования таких звеньев и выявлены искажения, возникающие при неточном их математическом описании или неправильном составлении схемы численного решения дифференциальных уравнений в современных прикладных программных пакетах. Будет представлена схема, позволяющая

адекватно отобразить динамику реальных объектов, содержащих ограничители разного рода

1. Постановка задачи

Исходя из математического описания звеньев, содержащих ограничители, можно выделить два типа последних: ограничители в форме механических упоров и в форме насыщения. Звено, содержащее ограничители первого типа, задается дифференциальным уравнением второго порядка с разрывной правой частью, причем разрывной (из-за удара об упор) является и фазовая траектория звена. Звено с ограничителями второго типа описывается дифференциальным уравнением первого порядка с разрывной правой частью, а его траектория является непрерывной функцией.

На рис. 1 и 2 представлены структурные схемы звеньев, содержащие ограничители соответственно в форме механических упоров и форме насыщения [1,2].

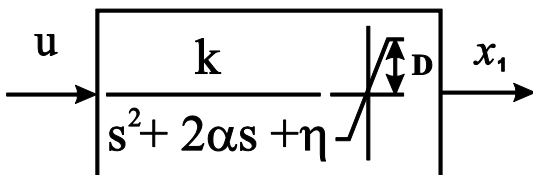


Рис. 1. Звено типа механический упор.

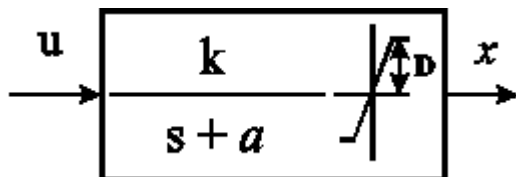


Рис. 2. Звено типа насыщения.

Движение звена на рис. 1 задается уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \begin{cases} ku - 2\alpha x_2 - \eta x_1, & \text{если } |x_1| < D \text{ или } |x_1| = D \text{ и} \\ (ku - \eta x_1) \cdot \text{sign } x_1 \leq 0; & \\ 0, & \text{если } |x_1| = D \text{ и } (ku - \eta x_1) \cdot \text{sign } x_1 > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Движение звена, изображенного на рис.2, определяется как

$$\dot{x} = \begin{cases} ku - ax, & \text{если } |x| < D \text{ или } |x| = D \text{ и } (ku - ax) \cdot \text{sign } x \leq 0; \\ 0, & \text{если } |x| = D \text{ и } (ku - ax) \cdot \text{sign } x > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Наиболее сложными для изучения являются ограничители в форме механических упоров [3,4]. Поэтому основное внимание в данной статье уделяется моделированию систем с данным типом ограничений.

При моделировании звена типа механический упор необходимо учитывать то, что оно является звеном второго порядка, поэтому следует правильно учитывать скорость изменения выходной координаты. Она должна скачкообразно обнулиться в момент удара и оставаться нулевой до момента схода с ограничителя. Таким образом нельзя рассматривать отдельно линейное звено второго порядка и ограничитель. Это единое динамическое звено, описываемое уравнениями (1). Многие авторы упускают это из вида, в результате чего получают неточные результаты в ходе моделирования.

2. Особенности моделирования

Рассмотрим особенности моделирования звеньев с ограничителями типа жесткий механический упор на примере. На рис.3 представлена схема, позволяющая провести сравнительный анализ двух способов. В первом случае механический ограничитель моделируется с помощью отдельно стоящего безынерционного звена, а во втором в полном соответствии с уравнениями (1).

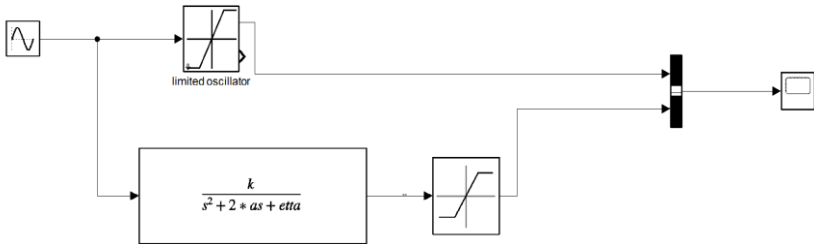


Рис. 3. Схема моделирования.

На схеме используются следующие параметры колебательного звена: $k = 2$, $a = 2$, $etta = 4$, ограничитель установлен на уровне $x_{\max} = 5$.

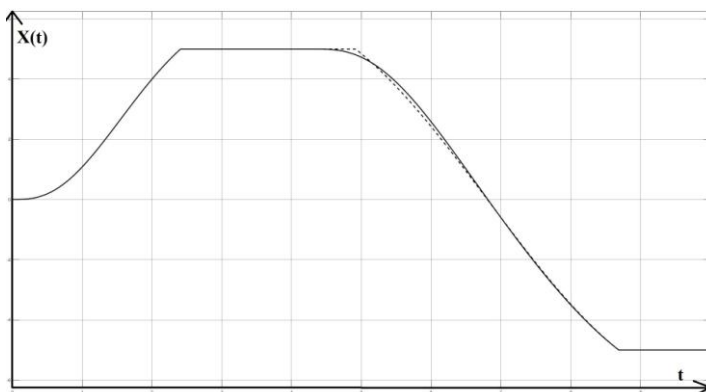


Рис. 4. Сравнение результатов моделирования по выходной координате.

На рис. 4 пунктиром показан график, иллюстрирующий результаты моделирования последовательно стоящих колебательного звена и безынерционного ограничителя. Сплошная линия показывает изменение выходной координаты во времени при численном решении уравнений (1). Из анализа графиков видно, что упрощенное моделирование может приводить к значительным погрешностям, которые будут зависеть от параметров колебательного звена и уровня ограничителя. При этом полная математическая модель позволяет получить реальную динамику исследуемого объекта управления.

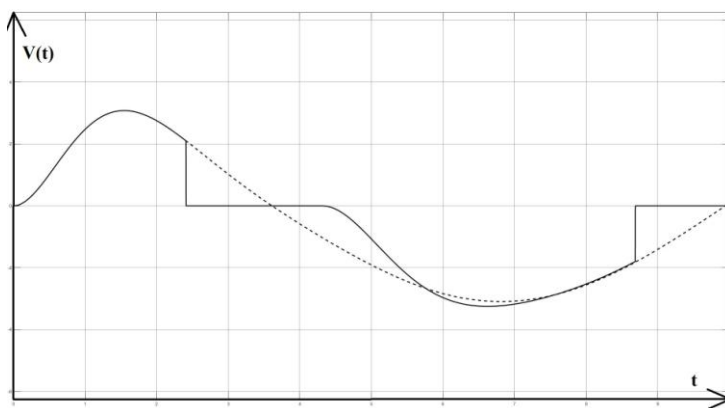


Рис. 5. Сравнение результатов моделирования по скорости выходной координаты.

Еще более наглядным полученный результат выглядит при сравнении результатов моделирования по скорости выходной координаты (рис. 5). Пунктирная и сплошная линии на графике соответствуют случаям, описанным при анализе рис.4. Видно серьезное качественное и количественное отличие. Это следствие того, что безынерционный ограничитель не может учесть скачкообразное изменение скорости выходной координаты.

Заключение

В настоящей работе был проведен сравнительный анализ двух достаточно часто используемых способов моделирования звеньев с жесткими механическими ограничителями. Результаты показывают, что необходимо пользоваться полной математической моделью, так как упрощенная приводит не только к количественным, но и качественным ошибкам. Приведен только один пример такого поведения. Вообще, кусочно-линейные системы особенно высокого порядка требуют повышенного внимания при использовании численных методов. В этом контексте интересно рассмотреть объекты с упругими упорами, где происходят отскоки.

Нелинейные системы с ограничителями достаточно сложны в математическом моделировании, поэтому необходимо точно и правильно учитывать их особенности. Первым и важнейшим этапом при этом является использование точной математической модели. Далее она должна быть правильно смоделирована с использованием современных программных пакетов. Все используемые допущения и упрощения необходимо строго обосновывать. В противном случае легко получить не соответствующий поведению реального объекта результат.

Список литературы

1. Фалдин, Н.В. Исследование периодических движений в релейных системах, содержащих звенья с ограничителями / Н.В. Фалдин, С.В. Феофилов // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2007. – №2. – Москва: Изд-во «Наука» . – с. 15-27.
2. Фалдин, Н.В. Исследование частотных характеристик звена с ограничителем типа механический упор / Н.В. Фалдин, С.А. Руднев, В.Ю. Кислицын // Системы автоматического управления и их элементы. – Тула: ТулГУ. – 1996. – С.219-224.
3. S. V. Feofilov and A. Kozyr, "Structural and Parametric Synthesis of Digital Automatic Systems with Discontinuous Control," 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), Lipetsk, 2020, pp. 30-35, doi: 10.1109/SUMMA50634.2020.9280780.

4. Феофилов, С.В. Периодические движения в релейных системах с кусочно–линейным объектом управления и цифровым регулятором / Феофилов С.В, Козырь А.В. // Известия ТулГУ. Технические науки. – Вып.11. – г. Тула, Изд-во: ТулГУ. – 2018. – С.189-200.